ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
29. siječnja 2015.

7. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:
Biciklist je za 1 sat i 24 minute odnosno 1.4 sata — 1 BOD
prešao put duljine $1.4 \cdot 30 = 42$ km. — 1 BOD
U povratku je putovao 1 sat i 12 minuta — 1 BOD
odnosno 1.2 sata. — 1 BOD
Brzina na povratku je $42 : 1.2 = 35$ km/h. — 2 BODA
…………………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:
Biciklist je vozio brzinom od $\frac{1}{2}$ km/min odnosno 0.5 km/min. — 1 BOD
Za 1 sat i 24 minute odnosno za 84 minute prešao je put duljine $0.5 \cdot 84 = 42$ km. — 1 BOD
U povratku je putovao 1 sat i 12 minuta — 1 BOD
odnosno 72 minute. — 1 BOD
Brzina na povratku je $42 : 72 = \frac{7}{12}$ km/min. — 2 BODA
…………………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

2. Iz uvjeta zadatka moguće je zapisati jednakost $x_1 + x_2 ... + x_{12} = 56.4$. — 2 BODA
Nakon dodavanja dvaju novih brojeva jednakost glasi $x_1 + x_2 ... + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 78.4$. — 2 BODA
Oduzimanjem prve jednakosti od druge dobivamo $x_{13} + x_{14} = 22$. — 1 BOD
Srednja vrijednost dvaju brojeva čiji je zbroj 22 jest $\bar{x}_{(x_{13}+x_{14})} = 11$. — 1 BOD
…………………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

3. Prije 4 godine susjeda Ana je imala 32 kokoši.
Prije 3 godine susjeda Ana je imala 125% od 32 odnosno 40 kokoši. — 2 BODA
Prije 2 godine susjeda Ana je imala 125% od 40 odnosno 50 kokoši. — 1 BOD
Prije godinu dana je imala 80% od 50 odnosno 40 kokoši. — 2 BODA
Ove godine ima 80% od 40 odnosno 32 kokoši. — 1 BOD
…………………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

4. Prvi način:
Troznamenkastih brojeva ima 900 pa je toliko i kuglica u bubnju. — 1 BOD
Zbroj 2 može se dobiti izvlačenjem triju kuglica (200, 110, 101). — 1 BOD
Zbroj 5 može se dobiti izvlačenjem 15 kuglica (500, 410, 401, 320, 302, 311, 230, 203, 221, 212, 140, 104, 131, 113, 122). — 2 BODA
Zbroj znamenaka jednak 2 ili 5 može se ostvariti izvlačenjem jedne od 18 kuglica. Vjerojatnost da se to dogodi je 18 : 900 = 0.02 = 2%. — 2 BODA
…………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

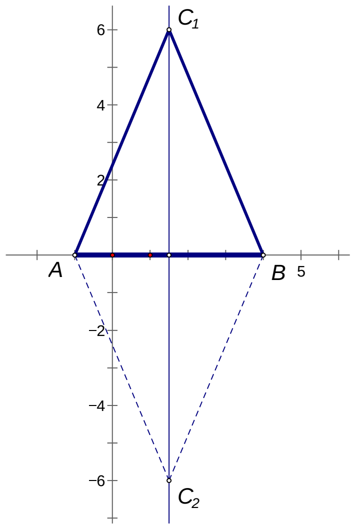
Drugi način:
Skup jednostavnih događaja je $S = \{100, 101, 102, 103,…997, 998, 999\}$. — 1 BOD
Događaj A je događaj kada je izvučena kuglica na kojoj je broj čiji je zbroj znamenaka 2 ili 5. Tada je $A = \{200, 110, 101, 500, 410, 401, 140, 104, 320, 302, 230, 203, 311, 131, 113, 221, 212, 122\}$.
3 BODA

Tražena vjerojatnost je $P(A)=\frac{k(A)}{k(S)}=\frac{18}{900}=\frac{2}{100}=2\%$. 2 BODA

…………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Kao ispravan odgovor ravnopravno prihvatiti 2%, 0.02 ili $\frac{2}{100}$.

5. Skica:



1 BOD

Duljina osnovice je 5 jedinica. 1 BOD

Kako površina trokuta mora biti 15 kvadratnih jedinica, to znači da duljina visine na osnovicu $\overline{AB}$ mora biti 6 jedinica. 1 BOD

S obzirom da je ΔABC jednakokračan, vrh C se nalazi na simetrali osnovice koja prolazi točkom s koordinatama (1.5, 0). 1 BOD

Zadatak ima 2 rješenja: $C_1(1.5, 6)$ i $C_2(1.5, -6)$. 2 BODA

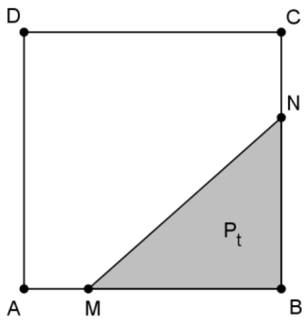
……………………………………………………………………..…… UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Točni odgovori bez obrazloženja donose 3 boda.

6. Označimo s x broj kilograma trešanja po 18 kn.
Ukupna vrijednost trešanja po 18 kn je $x \cdot 18$ kn. 1 BOD
Ukupna vrijednost trešanja po 25 kn je 2012 · 25 = 50 300 kn. 1 BOD
Ukupna masa trešanja je $x + 2012$ kg. 1 BOD
Ukupna masa trešanja prodaje se za 20 kn po kilogramu pa je njena vrijednost $(x + 2012) \cdot 20$ kn. 1 BOD
S obzirom da vrijednost ukupne mase trešanja mora biti jednaka zbroju vrijednosti jeftinijih i skupljih trešanja, vrijedi
$(x + 2012) \cdot 20 = x \cdot 18 + 50300$ 2 BODA
$20x + 40240 = 18x + 50300$ 2 BODA
$2x = 10060$ 1 BOD
$x = 5030$ kg
Treba pomiješati 5030 kg trešanja čija je cijena 18 kn/kg. 1 BOD

……………………………………………………..……………..… UKUPNO 10 BODOVA

7. Skica:



1 BOD

Označimo duljinu stranice danog kvadrata sa *a*.

Tada je površina tog kvadrata $P_k = a^2$. 1 BOD

Iz uvjeta zadatka vrijedi $\left|\overline{BM}\right| = \frac{3}{4}a$. 1 BOD

Trokut *MBN* je pravokutan trokut s katetama $\overline{BM}$ i $\overline{BN}$. 1 BOD

Ako označimo $b = \left|\overline{BN}\right|$, onda površina pravokutnog trokuta *MBN* iznosi

$$P_t = \frac{|BM| \cdot |BN|}{2} = \frac{\frac{3}{4}a \cdot b}{2} = \frac{3}{8}a \cdot b.$$ 1 BOD

Iz uvjeta zadatka vrijedi $\frac{P_t}{P_k} = \frac{\frac{3}{8}a \cdot b}{a \cdot a} = \frac{1}{4}$ 1 BOD

pa slijedi da je $b = |BN| = \frac{2}{3}a$. 2 BODA

To znači da je $|CN| = \frac{1}{3}a$ 1 BOD

pa je $\frac{|BN|}{|CN|} = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{1}{3}a} = \frac{2}{1} = 2:1.$

Dakle, točka *N* dijeli dužinu $\overline{BC}$ u omjeru 2:1 (počevši od vrha *B*). 1 BOD

…………………………………………………………………………..……. UKUPNO 10 BODOVA