OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – rješenja

29. siječnja 2009.

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Izračunajmo prvo brojeve a i b. Imamo da je

$$\begin{aligned} a &= \frac{7}{4} : 0.5 + \frac{10}{9} \cdot \left(3\frac{1}{4} + \frac{4}{5}\right) = \frac{7}{4} : \frac{1}{2} + \frac{10}{9} \cdot \left(\frac{13}{4} + \frac{4}{5}\right) \\ &= \frac{7}{4} \cdot 2 + \frac{10}{9} \cdot \frac{65+16}{20} = \frac{7}{2} + \frac{1}{9} \cdot \frac{81}{2} = \frac{7}{2} + \frac{9}{2} = \frac{16}{2} = 8. \end{aligned}$$

4 BODA

Slično je

$$\begin{aligned} b &= \frac{2}{5} : \left(1.1 - \frac{3}{4} - 0.5 : 2\right) = \frac{2}{5} : \left(\frac{11}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} : 2\right) \\ &= \frac{2}{5} : \left(\frac{11}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5} : \left(\frac{11}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{2}{5} : \left(\frac{11}{10} - 1\right) = \frac{2}{5} : \frac{1}{10} = \frac{2}{5} \cdot 10 = 4. \end{aligned}$$

4 BODA

Konačno, kako je $\frac{a}{b} = \frac{8}{4} = 2$, zaključujemo da je broj a dva puta veći od broja b. 2 BODA

. . . . UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je najmlađi sin dobio x kuna. Tada su ostali sinovi dobili
$x + 45$, $x + 90$, $x + 135$, $x + 180$ kuna, redom po starosti u rastućem poretku. 4 BODA
Prema uvjetu zadatka, najstariji sin će dobiti 13 puta više kuna od najmlađeg,
pa vrijedi jednadžba $13x = x + 180$, tj. $12x = 180$, odakle je $x = 15$. 4 BODA
Prema tome, sin koji je treći po starosti dobio je $x + 90 = 15 + 90 = 105$ kuna. 2 BODA

. . . . UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako Marija oba smjera biciklom prijeđe za $\frac{1}{4}$ sata, jedan smjer prijeđe za $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ sata. 3 BODA

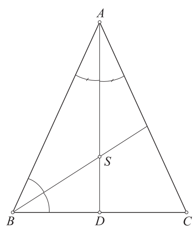
Nadalje, kako Marija prijeđe jedan smjer biciklom i jedan pješice za $\frac{3}{4}$ sata,

slijedi da jedan smjer pješice prijeđe za $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ sata. 3 BODA

Dakle, Marija oba smjera prijeđe pješice za $2 \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{4}$ sata, a to je $\frac{5}{4} \cdot 60 = 5 \cdot 15 = 75$ minuta. 4 BODA

. . . . UKUPNO 10 BODOVA

4.



1 BOD

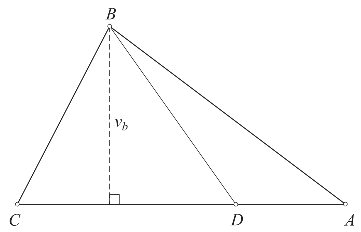
Neka je S sjecište simetrala kutova $\sphericalangle ABC$ i $\sphericalangle CAB$. Kako je $\sphericalangle BSA = 125°30'$, slijedi da je
$\sphericalangle BSD = 180° - 125°30' = 54°30'$. 3 BODA
Nadalje, iz pravokutnog trokuta BDS slijedi da je $\sphericalangle SBD = 90° - \sphericalangle BSD = 90° - 54°30' = 35°30'$. 2 BODA

Kako je pravac BS simetrala kuta $\sphericalangle ABC$ zaključujemo da je $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCA = 2 \cdot 35°30' = 71°$. 2 BODA

Preostaje još izračunati kut nasuprot osnovici: $\sphericalangle CAB = 180° - 2 \cdot 71° = 180° - 142° = 38°$. 2 BODA

. . . . UKUPNO 10 BODOVA

5.



1 BOD

Neka je $b = |AC|$ i v_b je duljina visine na tu stranicu. Za površinu trokuta ABC vrijedi $P(ABC) = \dfrac{b \cdot v_b}{2} = 18$, odakle je $b \cdot v_b = 36$. 2BODA

Kako je $|DC| = 2|AD|$, slijedi da je $b = |AC| = |AD| + |DC| = |AD| + 2|AD| = 3|AD|$, odakle je $|AD| = \dfrac{1}{3}b$. 2 BODA

Nadalje, kako trokuti ABD i ABC imaju zajedničku visinu duljine v_b, za površinu trokuta ABD vrijedi

$$P(ABD) = \frac{|AD| \cdot v_b}{2} = \frac{\frac{b}{3} \cdot v_b}{2} = \frac{b \cdot v_b}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ cm}^2.$$

3 BODA

Konačno, za površinu trokuta DBC vrijedi $P(DBC) = P(ABC) - P(ABD) = 18 - 6 = 12 \text{ cm}^2$. 2 BODA

. . . . UKUPNO 10 BODOVA